Решите задачу Коши для ОДУ на указанной сетке следующими методами:

1. Метод Гюна
2. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка
3. Явный метод Адамса 4-го порядка
4. Метод прогноза и коррекции

Для многошаговых методов (Адамса и прогноза-коррекции) необходимое значение первых узлов заполните значениями, полученными методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

Для каждого значения функции рассчитать относительную погрешность (если указано аналитическое решение).

1. На интервале [0, 0.5] с шагом h=0.05 получить численное решение дифференциального уравнения

$$y' - (x+y)^2 = 0$$

с начальным условием y(0)=0. Точное решение $y = \tan(x) - x$

2. На интервале [0, 1] с шагом h=0.1 получить численное решение дифференциального уравнения

$$y' - x - y = 0$$

с начальным условием y(0)=2. Аналитическое решение $y = 3e^x - x - 1$

3. На интервале [2, 4] с шагом h=0.2 получить численное решение дифференциального уравнения

$$y' + \frac{y}{x} = x^2$$

с начальным условием y(2)=3. Аналитическое решение $y = \frac{x^3}{4} + \frac{2}{x}$

4. На интервале [0, 1.5] с шагом h=0.1 получить численное решение дифференциального уравнения

$$y' + xy = (x-1)e^{x}y^{2}$$

с начальным условием y(0) = 0.5. Аналитическое решение

$$y(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{e^{-\frac{x^2}{2}+x}+1}$$

5. На интервале [0, 1] с шагом *h*=0.1 получить численное решение дифференциального уравнения

$$y' - y\,\mathrm{tg}\,x = \frac{3x^2}{\cos x}$$

с начальным условием y(0) = 1. Аналитическое решение

$$y = \frac{x^3+1}{\cos x}$$

6. На равномерной сетке [π/2, 5π/6] с десятью узлами получить численное решение дифференциального уравнения

$$y'\sin x = y\ln y$$

с начальным условием $y(\frac{\pi}{2}) = e$. Аналитическое решение $y = e^{tg\frac{x}{2}}$

7. На равномерной сетке [1, 2] с десятью узлами получить численное решение дифференциального уравнения

$$y' = \frac{y}{x}\ln\frac{y}{x}$$

с начальным условием y(1)=1. Аналитическое решение $y = xe^{-x+1}$

8. На интервале [1, 2] с шагом *h*=0.1 получить численное решение дифференциального уравнения

$$xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$$

с начальным условием y(1)=0. Аналитическое решение $y = x\sin(\ln x)$

9. На интервале [1, 3] с шагом h=0.2 получить численное решение дифференциального уравнения

$$y' = -\frac{y}{x} + x^2$$

с начальным условием y(1)=1.25. Аналитическое решение $y = \frac{x^3}{4} + \frac{1}{x}$

10. На интервале [0, 2] с шагом h=0.2 получить численное решение дифференциального уравнения

$$y' + 2xy = xe^{-x^2}$$

с начальным условием y(0)=0. Аналитическое решение $y = \frac{x^2}{2} \cdot e^{-x^2}$